

новлюють оправку для базування і закріплювання заготовки. Биття базових поверхонь оправки не більш 0,01мм. Після встановлення на оправку заготовки настраюють глибину врізання різцевої голівки, яка дорівнює висоті зуба спіроїдного колеса, і фіксують в цьому положенні упор повздовжнього переміщення столу на станині, а стрілки шкал індикатора в зручному для читання показу положення. Величину врізання на висоту зуба спіроїдного колеса бажано установлювати за допомогою набору кінцевих мір довжини.

5. Настроювання ділильної головки для нарізування заданого числа зубців проводиться відповідно з її паспортом.

6. Призначають режими різання за загальними машинобудівними нормативами.

Після нарізування всіх зубів з угнутою лінією замінюють першу різцеву головку для головки для нарізування опуклої сторони зуба спіроїдного колеса. Знімають зі шпинделя ділильної головки оправку із спіроїдним колесом і на її місце установлюють пристрій ВГ, попередньо настроєний так, як це описано в п.1 алгоритму, але для опуклої сторони. Відмінність полягає лише в тому, що індикатор В розташовано знизу різця (рисунок 1). Послідовність дій для підготовки верстата для обробки опуклої сторони не змінюється, а додається технологічний перехід щодо контролю товщини зуба. Для передач, в яких боковий зазор в зацепленні не менший 0,003...0,05мм, товщину зуба з достатньою точністю можна контролювати тангенціальним зубоміром з вузькою виміральною губкою.

#### Висновки:

1. Запропонований пристрій для настроювання параметрів верстатного зацеплення при обробці плоских коліс наближених спіроїдних передач дозволяє з високою точністю реалізувати теоретичну схему формоутворення.

2. Методика і алгоритм настроювання верстата легко реалізується на універсальному обладнанні і без ускладнень може бути використана при створенні спеціального верстата.

**Список літератури:** 1. *Надеина Э.В.* Формообразование поверхности зубьев плоского колеса приближенной спироидной передачи / *Надеина Э.В.* // Резание и инструмент в технологических системах: Международный научно-технический сборник. – Харьков: НТУ "ХПИ", 2003. – Вып.65. – С.105-110. 2. *Розенберг О.О.* Визначення діаметра різцевої головки для формоутворення поверхонь зубців колеса наближеної циліндричної спіроїдної передачі / *Розенберг О.О., Надеина Э.В.* // Резание и инструмент в технологических системах. – Харків: НТУ"ХПИ". – Вип.69. – С.239-244.

*Надійшла до редколегії 05.05.11*

УДК 621.833

*А.М. НАДЖАФОВ*, д.т.н., доцент АзТУ, г. Баку, Азербайджан

## СИСТЕМНЫЙ ВЕРОЯТНОСТНЫЙ РАСЧЕТ НА ПРОЧНОСТЬ ТРЕХСТУПЕНЧАТОГО ПАКЕТНОГО РЕДУКТОРА

Предлагается методика системного вероятностного расчета на прочность по основным критериям работоспособности зубчатого цилиндрического пакетного редуктора с учетом флуктуации случайных факторов, влияющих на их несущую способность.

Пропонується методика системного імовірнісного розрахунку на міцність по основних критеріях працездатності зубчастого циліндрового пакетного редуктора з врахуванням флуктуації випадкових факторів, що впливають на їх здатність, що несе.

New methodology of system probability calculation on stress by main efficiency criterions of cylindrical gear package reducer with regard to random factor fluctuations influencing their load-carrier capacity has been offered.

**Актуальность задачи.** В конструкторской практике при проектировании редукторов обычно бывают известны мощность и частота вращения на выходном валу, передаточное отношение и условия работы (срок службы) механизма. В связи с тем, что наиболее изученным в отношении характера протекания процесса повреждений является усталостное изнашивание поверхности зубьев, то в большинстве случаев размеры зубчатых колес зубчатых редукторов определяют при расчете на контактную прочность активных поверхностей зубьев. При таком расчете необходимая изгибная прочность зубьев обеспечивается за счет подбора модуля зацепления с помощью варьирования числа зубьев колес.

Разработанный на кафедре "Детали машин и ПТМ" Азербайджанского Технического Университета пакетный редуктор на двух валах с цилиндрическими зубчатыми колесами [1], отличающийся компактностью, малой металлоемкостью, повышенной надежностью и высокими эксплуатационными показателями (рисунок 1), представляет собой сложную многоэлементную систему, все элементы которой определенным образом связаны между собой. Основным качественным показателем пакетного редуктора, как и любого другого редуктора, является его несущая способность. Поэтому комплексный подход к оценке несущей способности основных конструктивных элементов пакетных редукторов (зубчатых колес) при их проектировании представляет большой теоретический и практический интерес.

Существующая на практике методика расчета зубчатых редукторов, базирующаяся в основном на материалах ГОСТ 21354-87 не в состоянии должным образом оценить их несущую способность и надежность, поскольку эти методы приближены и не учитывают влияние случайных факторов, существенно влияющих на конечный результат.

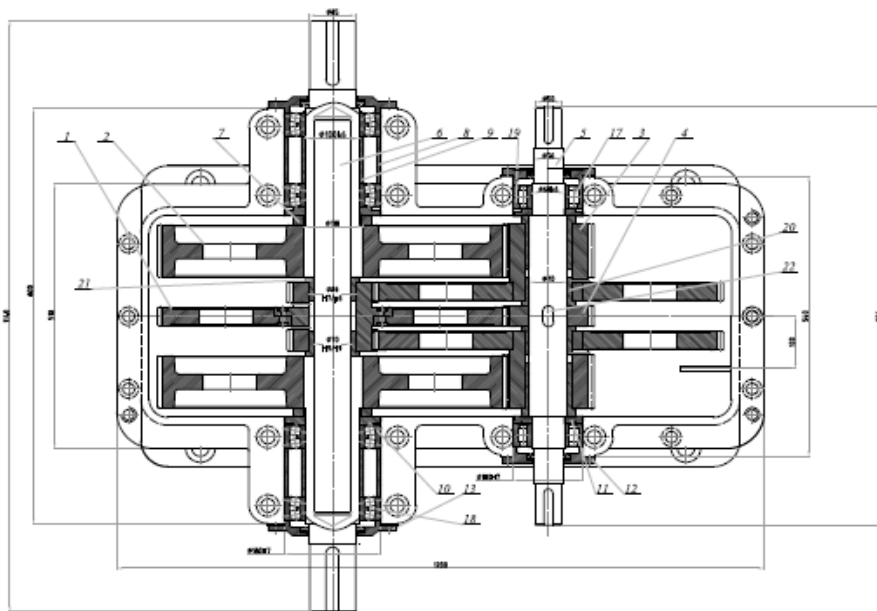


Рисунок 1 – Двухпоточный трехступенчатый пакетный редуктор для станков-качалок

Под случайными факторами понимаются те величины и параметры, значения которых имеют некоторое рассеивание. В связи с вышеизложенным, обособленные детерминированные методы расчета редукторов не позволяют должным образом оценить их несущую способность и надежность, в то время как целью любого прочностного расчета должно являться доказательство того, что за время эксплуатации не наступит разрушение составных элементов и механизма в целом.

Неточность расчетных зависимостей в традиционных детерминированных методах расчета компенсируется с помощью коэффициентов запасов прочности. Однако, существующая практика выбора коэффициентов запаса прочности не всегда себя оправдывает. Таким образом, вся приближенность традиционных методов расчета зубчатых механизмов и их обособленность в конечном итоге может привести к неверной оценке несущей способности элементов механизма и неправильной оценке ее надежности. Это, в свою очередь, может привести или к увеличению габаритов и массы всей передачи, или же к преждевременному выходу ее из строя.

Поскольку проектирование, производство и эксплуатация пакетных редукторов осуществляется в полном соответствии с техническим заданием и нормативно-техническими положениями, то удовлетворение всем требованиям должно производиться с учетом флуктуации всех случайных факторов, влияющих на его работоспособность.

**Цель работы.** Создание методики системного вероятностного расчета пакетных редукторов, позволяющей учесть в заданном диапазоне случайных характер рассеивания возмущающих факторов.

Следует отметить, что вероятностные методы расчета не требуют создания принципиально новой системы инженерных расчетов. Существующие уравнения объективно отражают связи между явлениями с достаточной точностью, но входящие в них случайные величины необходимо трактовать в вероятностном аспекте.

К случайным факторам можно отнести: дисперсии механических характеристик материалов составных деталей; влияние смазочных материалов; погрешности изготовления и монтажа; неравномерность распределения нагрузки и т. д. При этом, несущая способность элементов пакетного редуктора представляется как случайное событие, состояние которого характеризуется совокупностью входных  $(\alpha_i; \beta_i; \gamma_i; \dots)$ , выходных  $d_i$  и возмущающих (случайных)  $\bar{x}_i$  параметров, принятых в качестве определяющих с точки зрения выполнения их назначений:

$$[\bar{T}_i] = f_i(\alpha_i; \beta_i; \gamma_i; \dots; d_i; \bar{x}_{ik}; \tilde{S}_i); (i = 1, 2, 3 \dots N); (k = 1, 2, 3 \dots n). \quad (1)$$

Одной из основных задач этапа проектирования пакетного редуктора является построение такой конструктивной схемы, чтобы основные характеристики его элементов и самого механизма в целом находились в состоянии, гарантирующем выполнение возложенных на них функций с требуемым уровнем надежности с учетом экономических факторов. Для анализа надежности пакетного редуктора он разбивается на составные блоки и далее модули, которые характеризуются самостоятельными входными и выходными данными. Системный вероятностный подход к расчету пакетного редуктора предопределяет расчет отдельных блоков во взаимосвязи с другими блоками, что позволяет, в отличие от детерминированных методов расчета, вести проектирование с требуемым уровнем надежности.

В общем случае, модель надежности какой-то механической системы должна устанавливать функциональную связь между показателями надежности ее составных блоков во взаимосвязи их с производственно-эксплуатационными факторами.

Пусть пакетный редуктор имеет  $n$  блоков, между которыми имеется статистическая связь. Если для каждого блока в отдельности известны показатели надежности  $P_i$ , то вероятность безотказной работы (надежность) системы – пакетного редуктора – будет выражена в следующей форме:

$$\tilde{P} = Q(t) = \prod_{i=1}^N \tilde{P}_i + (P_c - \prod_{i=1}^N \tilde{P}_i) K_N, \quad (2)$$

где  $K_N$  – коэффициент, учитывающий статистическую взаимосвязь между от-казами блоков пакетного редуктора.

Очевидно, что если составные элементы зависимы, то вероятность без-отказной работы (надежность) всей системы определяется надежностью "сла-бого" звена (коэффициенты корреляции равны единице)  $\tilde{P} = P_c$ . При отсутст-вии статистической связи между элементами системы (коэффициент корреле-ляции равен нулю):  $\tilde{P} = \prod_{i=1}^N \tilde{P}_i$ .

Условие успешного функционирования элементов механической систе-мы формулируется в виде соотношений, отражающих требования непревы-шения некоторой функцией ее допустимого значения. При анализе надежно-сти считается, что функциональная связь, отражающая структуру, принцип действия и назначения механической системы, задана или устанавливается из условия равенства нагрузочной способности отдельных элементов, представ-ленной в виде функции случайных аргументов  $\bar{x}_{ik}; \bar{x}_{(i+1)k}$ .

$$\bar{\psi}_j \equiv \frac{d_{i+1}}{d_i} = \bar{B}_j \varepsilon_j f_{2i}(\bar{x}_{ik}; \bar{x}_{(i+1)k}), \quad (3)$$

где

$$\bar{B}_j = f_{3i}(\alpha_i; \beta_i; \gamma_i; \dots \alpha_{i+1}; \beta_{i+1}; \gamma_{i+1}); \quad \varepsilon_j = f_{4i}(\tilde{S}_i; \tilde{S}_{i+1});$$

$\bar{B}_j, \varepsilon_j$  – вспомогательные параметры;  $\tilde{S}_i; \tilde{S}_{i+1}$  – статистические коэффициенты запаса работоспособности элементов.

При рассмотрении аналитического описания для наиболее распростра-ненного случая, когда плотности вероятностей случайных аргументов подчи-нены нормальному закону, не представляется возможным точное определе-ние числовых характеристик распределения функции. Поэтому производится аппроксимация нелинейной связи между входными и возмущающими пара-метрами системы линейной, статистически эквивалентной исходной.

Замечая, что массы вероятностей распределения возмущающих парамет-ров сконцентрированы в весьма малой окрестности общего центра  $m_{x_{ik}}; m_{x_{(i+1)k}}$ , функция  $\bar{\psi}_j$  разлагается в ряд Тейлора [2]:

$$\bar{\psi}_j = \bar{B}_j \varepsilon_j f_{2i}(A_{0j} + A_{1j} \bar{x}_{i+1} + \dots + \bar{A}_{1j} \bar{x}_{i2} + \dots + A_{2j} \bar{x}_{(i+1)k} + \bar{A}_{2j}),$$

где  $A_{0j}, A_{1j}, \dots, \bar{A}_{1j}, \bar{A}_{2j}$  – коэффициенты случайных аргументов (возму-щающих факторов).

Как правило, механическая система (пакетный редуктор) работает в сложных условиях. При этом различные процессы, климатические факторы, гидравлические и механические воздействия изменяют во времени значения

функциональных параметров. В поставленной задаче выходные параметры системы взаимосвязаны, вследствие чего удастся ограничиться одним из па-раметров состояния – "обобщенной координатой". Для обеспечения высокой надежности системы на этапе проектирования это обстоятельство позволяет воздействовать на нагрузочную способность системы и условия работы "сла-бого" звена  $\bar{a}_{w_r}$ . Тем самым, нет сомнения в том, что с применением модели "слабого" звена теоретически может быть обосновано численное определение вероятности безотказной работы данной механической системы (пакетного редуктора) в целом на основе законов теории надежности [3, 4].

Замечая, что параметры, характеризующие возмущающие факторы меха-нической системы статистически независимы, т.е. справедливы принцип супер-позиции, что между возмущениями и выходными параметрами имеется линей-ная зависимость, и что кривая распределения возмущающих факторов близка к нормальному закону, то, используя метод "несущая способность-нагрузка", ус-ловие непревышения (безотказного состояния) представится в виде:

$$\bar{T}_i < [\bar{T}_i]. \quad (4)$$

Сущность метода "несущая способность-нагрузка" раскрывается при помощи теоремы Лапласа [2], являющейся частным случаем центральной предельной теоремы. Очевидно, что несущая способность  $[\bar{T}_i]$  и нагрузка  $\bar{T}_i$  вследствие совокупности влияния различной природы возмущающих факто-ров, являются случайными величинами или функциями, распределенными по нормальному закону с плотностью распределения  $\varphi([\bar{T}_i])$  и  $\varphi(\bar{T}_i)$ :

$$\varphi(\bar{T}_i) = \frac{1}{\sigma_{\bar{T}_i} \sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{(\bar{T}_i - m_{\bar{T}_i})^2}{2\sigma_{\bar{T}_i}^2} \right]; \quad (5)$$

$$\varphi([\bar{T}_i]) = \frac{1}{\sigma_{[\bar{T}_i]} \sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{([\bar{T}_i] - m_{[\bar{T}_i]})^2}{2\sigma_{[\bar{T}_i]}^2} \right], \quad (6)$$

где  $m_{\bar{T}_i}, \sigma_{\bar{T}_i}, m_{[\bar{T}_i]}, \sigma_{[\bar{T}_i]}$  – соответственно математическое ожидание и средне-квадратическое отклонение нагрузки и несущей способности.

При этом, если производить оценку снизу, то вероятность безотказной работы – надежность  $Q_i(t)$  элементов пакетного редуктора в общем виде оп-ределится следующим образом:

$$Q_i(t) = \tilde{P}(\bar{T}_i < [\bar{T}_i]) = \left[ \Phi^* \left( \frac{a_i - m_{\bar{T}_i}}{\sigma_{\bar{T}_i}} \right) \right] \left[ \Phi^* \left( \frac{a_i - m_{[\bar{T}_i]}}{\sigma_{[\bar{T}_i]}} \right) \right], \quad (7)$$

где  $a_i$  – абсцисса точки пересечения нагрузки несущей способностью;  $\Phi^*$  – нормальная функция распределения.

Задача определения степени воздействия возмущающих факторов на нагрузочную способность элементов пакетного редуктора с целью доведения ее надежности до прогнозируемого уровня решается в три этапа.

I. Определяется математическое ожидание несущей способности расчетных блоков пакетного редуктора с учетом флуктуации возмущающих факторов, обеспечивающих передачу номинальной нагрузки  $T_0$ , соответствующей паспортной (проектной) мощности с прогнозируемым уровнем надежности. Математическая модель сводится к определению вероятности попадания номинального вращающего момента на участок несущей способности элементов редуктора, характеризующей их предельное состояние. Несущая способность элементов принимается распределенной нормально, что подтверждается многочисленными литературными данными.

Отказ – достижение номинальной нагрузкой несущей способности:

$$q_i(t) \equiv P_i(T_0 > [\bar{T}]_i) = \int_{-\infty}^{T_0} \varphi([\bar{T}]_i) d[T]_i = \Phi^* \left( \frac{T_0 - m[\bar{T}]_i}{\sigma[\bar{T}]_i} \right), \quad (8)$$

Откуда  $\frac{T_0 - m[\bar{T}]_i}{\sigma[\bar{T}]_i} = (\Phi^*)' q_i(t) = u_p$ .

Решая это уравнение относительно  $m[\bar{T}]_i$ , получим

$$m[\bar{T}]_i = T_0 \frac{1}{1 - u_p \nu[\bar{T}]_i}, \quad (i = 1, 2, \dots, n). \quad (9)$$

где  $u_p$  – фактор, обеспечивающий требуемый уровень надежности (квантиль вероятности).

II. Определяется статистический коэффициент запаса работоспособности из условия вероятности охвата расчетной нагрузкой (нагрузочной способностью) несущей способности элементов механической системы с требуемым уровнем их надежности. При этом вероятность неразрушения (надежности) элементов определяется следующим выражением:

$$Q_i(t) \equiv \tilde{P}([\bar{T}]_i < T_{p_i}) = 1 - \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(\bar{T}_i) d\bar{T}_i = \Phi^* \left( \frac{T_{p_i} - m[\bar{T}]_i}{\sigma[\bar{T}]_i} \right). \quad (10)$$

Решая это уравнение относительно  $T_{p_i}$ , получим:

$$\frac{T_{p_i} - m[\bar{T}]_i}{\sigma[\bar{T}]_i} = (\Phi^*)' Q_i(t) = u_p.$$

Откуда

$$T_{p_i} = m[\bar{T}]_i (1 + u_p \nu[\bar{T}]_i). \quad (11)$$

Очевидно, что между статистическим коэффициентом запаса работоспособности и уровнем надежности (вероятностью безотказной работы) существует функциональная связь:

$$\tilde{S}_i = f_{S_i} [Q_i(t); \nu[\bar{T}]_i] \quad (i = 1, 2, \dots, k).$$

Коэффициент запаса работоспособности можно определить, используя метод "несущая способность-нагрузка". Действительно, пакетный редуктор будет до тех пор работоспособным, пока расчетная нагрузка (нагрузочная способность) будет выше несущей способности элементов.

Коэффициентом запаса работоспособности называется отношение математического ожидания расчетной нагрузки (нагрузочной способности) к математическому ожиданию номинальной нагрузки:  $\tilde{S}_i = T_{p_i} / T_0$ .

Следовательно:

$$\tilde{S}_i = \frac{1 + u_p \nu[\bar{T}]_i}{1 - u_p \nu[\bar{T}]_i}. \quad (12)$$

Из этой формулы видно, что если параметры пакетного редуктора строго детерминированы, то коэффициент запаса работоспособности в идеальном случае равен единице. Поскольку несущая способность элементов по сути является функцией случайных аргументов, то статистический коэффициент запаса работоспособности должен быть больше единицы и увеличивается с ростом уровня надежности и дисперсии возмущающих факторов.

III. Определяется расчетная нагрузка с заранее заданным уровнем надежности элементов пакетного редуктора и с учетом флуктуации возмущающих факторов:

$$T_{p_i} = k_d \tilde{S}_i T_0;$$

или

$$T_{p_i} = k_d T_0 \frac{1 + u_p \nu[\bar{T}]_i}{1 - u_p \nu[\bar{T}]_i}, \quad (13)$$

где  $k_d$  – динамический коэффициент режима работы.

Опыт эксплуатации зубчатых механизмов станков-качалок свидетельствует о том, что наибольшее число их отказов связано с нарушением работоспособности зубчатого зацепления. В большинстве случаев размеры зубчатых колес зубчатых механизмов станков-качалок выявляются при расчете на контактную прочность активных поверхностей зубьев.

Так как по конструктивным соображениям межосевое расстояние пакетного редуктора определяется по его выходной – наиболее нагруженной – зубчатой передаче, то его прочностной расчет ведется по тяжело нагруженному выходному зацеплению. Кроме того, основные параметры пакетного редуктора связаны друг с другом через условия собираемости. Все это дает возможность связать все конструктивные параметры механизма с "обобщенной координатой", в качестве которой выбирается межосевое расстояние тяжело нагруженного выходного зацепления –  $(a_w)_m$ .

Следует отметить, что при этом, в связи со статистической природой возмущающих факторов, оказывающих существенное влияние на несущую способность элементов пакетного редуктора, значение основных его конструктивных параметров не является однозначно определенным, как это имеет место при традиционных методах расчета, а характеризуется некоторым рассеянием. Поэтому при проектировании по предлагаемой методике определяются математические ожидания значений основных конструктивных параметров и их коэффициенты вариации. При этом имеется возможность выбора наиболее оптимальных значений конструктивных параметров с учетом требований производства.

Несущую способность тяжело нагруженной ступени пакетного редуктора по критерию контактной выносливости активных поверхностей зубьев можно оценить по известному выражению:

$$[\bar{T}_H]_s = \frac{i_T^2}{(i_T + 1)^3} \frac{2\psi_{ba}}{(Z_E Z_H Z_\varepsilon)^2} \frac{(\bar{\sigma}_{H \lim} Z_{NT} / S_{H \min})^2 \bar{K}_{HM}}{\bar{K}_A \bar{K}_{H\alpha} \bar{K}_{H\beta} \bar{K}_{H\nu}} a_w^3, \text{ Н} \cdot \text{м}. \quad (14)$$

Здесь и далее все обозначения соответствуют ГОСТ 21354-87. Черта над параметром указывает, что величина является случайной.

Как видно из выражения (14), несущая способность является функцией от случайных аргументов. Так как было принято, что случайные параметры распределены по нормальному закону, то и функция от этих случайных аргументов также будет подчиняться нормальному закону.

Каждый из этих случайных (возмущающих) факторов имеет свои числовые характеристики (математическое ожидание, среднее квадратическое отклонение, коэффициент вариации). В общем случае для случайных величин, подчиненных нормальному закону распределения [57]:

$$m_{xi} = 0,5(\sup x_i + \inf x_i); \quad \sigma_{xi} = \frac{(\sup x_i - \inf x_i)}{6}; \quad \nu_{xi} = \frac{\sigma_{xi}}{m_{xi}} = \frac{(\sup x_i - \inf x_i)}{3(\sup x_i + \inf x_i)},$$

где  $m_{xi}, \sigma_{xi}, \nu_{xi}, \sup x_i, \inf x_i$  – соответственно математическое ожидание, среднее квадратическое отклонение, коэффициент вариации, верхняя и нижняя границы случайной величины  $x$ .

К случайным факторам, существенно влияющим на несущую способность пакетного редуктора по критерию контактной выносливости поверхно-

стей зубьев, относятся: предел контактной выносливости поверхностей зубьев, соответствующей эквивалентному числу циклов перемены напряжений  $\bar{\sigma}_{H \lim}$ , и коэффициенты неравномерности распределения нагрузки в зацеплениях  $\bar{K}_A, \bar{K}_{H\alpha}, \bar{K}_{H\beta}, \bar{K}_{H\nu}$ .

В свою очередь предел контактной выносливости поверхностей зубьев по эквивалентному числу циклов перемены напряжений также является функцией от случайных величин: предела контактной выносливости поверхностей зубьев, соответствующей базовому числу циклов перемены напряжений  $\bar{\sigma}_{H^0 \lim b}$ , исходной шероховатости сопряженных поверхностей зубьев  $\bar{Z}_R$ ; перепада твердостей материалов сопряженных поверхностей зубьев  $\bar{Z}_w$ ; базы контактных напряжений  $\bar{Z}_N$ ; влияния смазки  $\bar{Z}_L$ . Иными словами:

$$\bar{\sigma}_{H \lim} = Z_V Z_X \bar{Z}_N \bar{Z}_R \bar{Z}_w \bar{Z}_L \bar{\sigma}_{H^0 \lim b}. \quad (15)$$

Линеаризируя выражение (15) и разлагая его в ряд Тейлора в окрестностях точки  $m_{\sigma_{H^0 \lim b}}, m_{Z_R}, m_{Z_N}, m_{Z_L}, m_{Z_w}$ , получим числовые характеристики распределения величины  $\bar{\sigma}_{H \lim}$ :

$$m_{\sigma_{H \lim}} = A_1(m_{Z_R} m_{Z_N} m_{Z_L} m_{Z_w} m_{\sigma_{H^0 \lim b}} + 0,5((\frac{\partial^2 \sigma_{H \lim}}{\partial Z_R^2})_m \sigma_{Z_R}^2 + (\frac{\partial^2 \sigma_{H \lim}}{\partial Z_N^2})_m \sigma_{Z_N}^2 + (\frac{\partial^2 \sigma_{H \lim}}{\partial Z_L^2})_m \sigma_{Z_L}^2 + (\frac{\partial^2 \sigma_{H \lim}}{\partial Z_w^2})_m \sigma_{Z_w}^2 + (\frac{\partial^2 \sigma_{H \lim}}{\partial \sigma_{H^0 \lim b}^2})_m \sigma_{\sigma_{H^0 \lim b}}^2)). \quad (16)$$

Здесь  $A_1 = Z_V Z_X$ . Или в связи с тем, что двойные производные от величин  $\bar{Z}_N, \bar{Z}_R, Z_w, Z_L, \sigma_{H^0 \lim b}$  равны нулю можно записать:

$$m_{\sigma_{H \lim}} = A_1(m_{Z_R} m_{Z_N} m_{Z_L} m_{Z_w} m_{\sigma_{H^0 \lim b}}). \quad (17)$$

Для среднее квадратического отклонения величины  $\bar{\sigma}_{H \lim}$ , учитывая равенство нулю двойных производных случайных величин, запишем:

$$\sigma_{\sigma_{H \lim}}^2 = (\frac{\partial \sigma_{H \lim}}{\partial Z_R})_m^2 \sigma_{Z_R}^2 + (\frac{\partial \sigma_{H \lim}}{\partial Z_N})_m^2 \sigma_{Z_N}^2 + (\frac{\partial \sigma_{H \lim}}{\partial Z_L})_m^2 \sigma_{Z_L}^2 + (\frac{\partial \sigma_{H \lim}}{\partial Z_w})_m^2 \sigma_{Z_w}^2 + (\frac{\partial \sigma_{H \lim}}{\partial \sigma_{H^0 \lim b}})_m^2 \sigma_{\sigma_{H^0 \lim b}}^2. \quad (18)$$

Для случайных величин, распределенных по закону, близкому к нормальному, после некоторых преобразований можно записать:

$$\sigma_{\sigma_{H\lim}}^2 = A_1^2 \left( m_{Z_R} m_{Z_N} m_{Z_L} m_{Z_w} m_{\sigma_{H^0\lim b}} \right)^2 \left( v_{Z_R}^2 + v_{Z_N}^2 + v_{Z_L}^2 + v_{Z_w}^2 + v_{\sigma_{H^0\lim b}}^2 \right).$$

Для коэффициента вариации предела контактной выносливости поверхностей зубьев по эквивалентному числу циклов перемены напряжений после некоторых преобразований получим:

$$v_{\sigma_{H\lim}} = \frac{\sigma_{\sigma_{H\lim}}}{m_{\sigma_{H\lim}}} = \sqrt{v_{Z_R}^2 + v_{Z_N}^2 + v_{Z_L}^2 + v_{Z_w}^2 + v_{\sigma_{H^0\lim b}}^2}. \quad (19)$$

Здесь  $v_{Z_R}, v_{Z_N}, v_{Z_L}, v_{Z_w}, v_{\sigma_{H^0\lim b}}$  – коэффициенты вариаций случайных параметров.

Математического ожидание нагрузочной способности элементов пакетного редуктора по критерию контактной выносливости поверхностей зубьев  $m_{T_H}$ :

$$m_{T_H} = A_2 \left( \frac{m_{\sigma_{H\lim}}^2 m_{K_{HM}}}{m_{K_A} m_{K_{H\alpha}} m_{K_{H\beta}} m_{K_{Hv}}} \right) + \frac{1}{2} \left( \left( \frac{\partial^2 T_H}{\partial \sigma_{H\lim}^2} \right)_m \sigma_{\sigma_{H\lim}}^2 + \left( \frac{\partial^2 T_H}{\partial K_A^2} \right)_m \sigma_{K_A}^2 + \right. \\ \left. + \left( \frac{\partial^2 T_H}{\partial K_{H\alpha}^2} \right)_m \sigma_{K_{H\alpha}}^2 + \left( \frac{\partial^2 T_H}{\partial K_{H\beta}^2} \right)_m \sigma_{K_{H\beta}}^2 + \left( \frac{\partial^2 T_H}{\partial K_{Hv}^2} \right)_m \sigma_{K_{Hv}}^2 + \left( \frac{\partial^2 T_H}{\partial K_{HM}^2} \right)_m \sigma_{K_{HM}}^2 \right). \quad (20)$$

Здесь  $A_2 = \frac{2i_T^2 \psi_{ba} (Z_{NT}/S_{H\min})^2}{(i_T + 1)^3 (Z_E Z_H Z_\varepsilon)^2} a_w^3$  – вспомогательный коэффициент.

После введения значений частных производных, для величин подчиненных нормальному распределению, и некоторых преобразований:

$$m_{T_H} = A_2 \left( \frac{m_{\sigma_{H\lim}}^2 m_{K_{HM}}}{m_{K_A} m_{K_{H\alpha}} m_{K_{H\beta}} m_{K_{Hv}}} \right) \left( 1 + \frac{\sigma_{\sigma_{H\lim}}^2}{m_{\sigma_{H\lim}}^2} + \frac{\sigma_{K_A}^2}{m_{K_A}^2} + \frac{\sigma_{K_{H\alpha}}^2}{m_{K_{H\alpha}}^2} + \frac{\sigma_{K_{H\beta}}^2}{m_{K_{H\beta}}^2} + \frac{\sigma_{K_{Hv}}^2}{m_{K_{Hv}}^2} \right).$$

Второй член этого выражения представляет собой поправку на нелинейность функции. С достаточной для практических целей точностью:

$$m_{T_H} = A_2 \left( \frac{m_{\sigma_{H\lim}}^2 m_{K_{HM}}}{m_{K_A} m_{K_{H\alpha}} m_{K_{H\beta}} m_{K_{Hv}}} \right). \quad (21)$$

Среднеквадратическое отклонение величины  $T_H$ :

$$\sigma_{T_H}^2 = \left( \frac{\partial T_H}{\partial \sigma_{H\lim}} \right)_m^2 \sigma_{\sigma_{H\lim}}^2 + \left( \frac{\partial T_H}{\partial K_A} \right)_m^2 \sigma_{K_A}^2 + \left( \frac{\partial T_H}{\partial K_{H\alpha}} \right)_m^2 \sigma_{K_{H\alpha}}^2 + \left( \frac{\partial T_H}{\partial K_{H\beta}} \right)_m^2 \sigma_{K_{H\beta}}^2 + \\ + \left( \frac{\partial T_H}{\partial K_{Hv}} \right)_m^2 \sigma_{K_{Hv}}^2 + \left( \frac{\partial T_H}{\partial K_{HM}} \right)_m^2 \sigma_{K_{HM}}^2 + \frac{1}{2} \left( \left( \frac{\partial^2 T_H}{\partial \sigma_{H\lim}^2} \right)_m \sigma_{\sigma_{H\lim}}^4 + \left( \frac{\partial^2 T_H}{\partial K_A^2} \right)_m \sigma_{K_A}^4 + \right. \\ \left. + \left( \frac{\partial^2 T_H}{\partial K_{H\alpha}^2} \right)_m \sigma_{K_{H\alpha}}^4 + \left( \frac{\partial^2 T_H}{\partial K_{H\beta}^2} \right)_m \sigma_{K_{H\beta}}^4 + \left( \frac{\partial^2 T_H}{\partial K_{Hv}^2} \right)_m \sigma_{K_{Hv}}^4 \right) + \left( \frac{\partial^2 T_H}{\partial K_{H\alpha} \partial K_{H\beta}} \right)_m \sigma_{K_{H\alpha}}^2 \sigma_{K_{H\beta}}^2 + \\ + \left( \frac{\partial^2 T_H}{\partial K_{H\beta} \partial K_{Hv}} \right)_m \sigma_{K_{H\beta}}^2 \sigma_{K_{Hv}}^2 + \left( \frac{\partial^2 T_H}{\partial K_{Hv} \partial K_{H\alpha}} \right)_m \sigma_{K_{Hv}}^2 \sigma_{K_{H\alpha}}^2.$$

Подставляя значения частных производных случайных величин и после некоторых преобразований получим:

$$\sigma_{T_H} = A_2 \frac{m_{\sigma_{H\lim}}^2 m_{K_{HM}}}{m_{K_A} m_{K_{H\alpha}} m_{K_{H\beta}} m_{K_{Hv}}} \left( (4v_{\sigma_{H\lim}}^2 + v_{K_A}^2 + v_{K_{H\alpha}}^2 + v_{K_{H\beta}}^2 + v_{K_{Hv}}^2 + v_{K_{HM}}^2) + \right. \\ \left. + (2v_{\sigma_{H\lim}}^4 + v_{K_A}^4 + v_{K_{H\alpha}}^4 + v_{K_{H\beta}}^4 + v_{K_{Hv}}^4) + (v_{K_{H\alpha}}^2 v_{K_{H\beta}}^2 + v_{K_{H\beta}}^2 v_{K_{Hv}}^2 + v_{K_{Hv}}^2 v_{K_{H\alpha}}^2)^{0,5} \right).$$

Коэффициент вариации несущей способности выходного зацепления по критерию контактной выносливости поверхностей зубьев:

$$v_{T_H} = ((4v_{\sigma_{H\lim}}^2 + v_{K_A}^2 + v_{K_{H\alpha}}^2 + v_{K_{H\beta}}^2 + v_{K_{Hv}}^2 + v_{K_{HM}}^2) + 2(v_{\sigma_{H\lim}}^4 + v_{K_A}^4 + \\ + v_{K_{H\alpha}}^4 + v_{K_{H\beta}}^4 + v_{K_{Hv}}^4) + (v_{K_{H\alpha}}^2 v_{K_{H\beta}}^2 + v_{K_{H\beta}}^2 v_{K_{Hv}}^2 + v_{K_{Hv}}^2 v_{K_{H\alpha}}^2)^{0,5}). \quad (22)$$

Два последних члена в выражении (22) представляют собой поправку на нелинейность функции и служат для оценки точности метода линеаризации и являются членами высшего порядка малости.

С достаточной для практических целей точностью можно записать:

$$v_{T_H} = \sqrt{4v_{\sigma_{H\lim}}^2 + v_{K_A}^2 + v_{K_{H\alpha}}^2 + v_{K_{H\beta}}^2 + v_{K_{Hv}}^2 + v_{K_{HM}}^2}. \quad (23)$$

Очевидно, что аппроксимация нелинейной связи между случайными параметрами и нагрузочной способностью элементов пакетного редуктора, а также несовпадение условий работы механизма с условиями эксперимента и приближенность оценки влияния случайных факторов вносит определенную погрешность на конечные результаты. В результате фактическое значение нагрузочной способности элементов пакетного редуктора может отличаться от действительного. Это обстоятельство требует введения в расчетные зависимости коэффициента модели  $m_{K_{HM}}$ , компенсирующего вышеуказанные рас-

хождения [5]. Числовые характеристики "коэффициента модели" можно принять по работе [5]:  $m_{K_{HM}} = 1,0$ ;  $\nu_{K_{HM}} = 0,04$ .

Аналогичным образом оценивается влияние случайных (возмущающих) факторов на несущую способность выходного зацепления по критерию изгибной выносливости зубьев. Причем, в этом случае, для компенсации расхождения теории и эксперимента также вводится "коэффициент модели" по напряжениям изгиба  $m_{K_{FM}}$  [5]:  $m_{K_{FM}} = 1,0$ ;  $\nu_{K_{FM}} = 0,03$ .

Несущая способность элементов пакетного редуктора по критерию выносливости зубьев при изгибе оценивается по известному выражению:

$$[\bar{T}_F]_g = \frac{i_T m_n}{(i_T + 1) Y_{FS} Y_\varepsilon Y_\beta} \frac{\psi_{ba}}{\bar{K}_A \bar{K}_{F\alpha} \bar{K}_{F\beta} \bar{K}_{Fv}} \frac{(\bar{\sigma}_{F \lim} Y_{NT} / S_{F \min}) \bar{K}_{FM}}{a_w^2}, \text{ Н} \cdot \text{м}. \quad (24)$$

К случайным факторам, влияющим на несущую способность пакетного редуктора по критерию выносливости зубьев при изгибе, относятся: предел выносливости зубьев при изгибе, соответствующий эквивалентному числу циклов перемены напряжений и коэффициенты неравномерности распределения нагрузки в зацеплении  $\bar{K}_A, \bar{K}_{F\alpha}, \bar{K}_{F\beta}, \bar{K}_{Fv}$ .

В свою очередь, предел выносливости зубьев при изгибе по эквивалентному числу циклов перемены напряжений также является функцией от случайных аргументов: предела выносливости зубьев при изгибе, соответствующий базовому числу циклов перемены напряжений  $\bar{\sigma}_{F^0 \lim b}$ ; коэффициента влияния шлифования переходной поверхности зуба  $\bar{Y}_g$ ; влияния деформационного упрочнения или электрохимической обработки переходной поверхности  $\bar{Y}_d$ ; базы изгибных напряжений  $\bar{Y}_N$ ; влияния шероховатости переходной поверхности  $\bar{Y}_R$ :

$$\bar{\sigma}_{F \lim} = Y_T Y_Z Y_A Y_\delta Y_x \bar{\sigma}_{F^0 \lim b} \bar{Y}_R \bar{Y}_N \bar{Y}_g \bar{Y}_d. \quad (25)$$

Линеаризуя выражение (25) и разлагая в ряд Тейлора в окрестностях точки  $m_{\sigma_{F^0 \lim b}}, m_{Y_R}, m_{Y_N}, m_{Y_g}, m_{Y_d}$ , можно получить числовые характеристики распределения величины  $\bar{\sigma}_{F \lim b}$ :

$$m_{\sigma_{F \lim}} = A_3 (m_{Y_R} m_{Y_N} m_{Y_g} m_{Y_d} m_{\sigma_{F^0 \lim b}} + 0,5 ((\frac{\partial^2 \sigma_{F \lim}}{\partial Y_R^2})_m \sigma_{Y_R}^2 + (\frac{\partial^2 \sigma_{F \lim}}{\partial Y_N^2})_m \sigma_{Y_N}^2 + (\frac{\partial^2 \sigma_{F \lim}}{\partial Y_g^2})_m \sigma_{Y_g}^2 + (\frac{\partial^2 \sigma_{F \lim}}{\partial Y_d^2})_m \sigma_{Y_d}^2 + (\frac{\partial^2 \sigma_{F \lim}}{\partial \sigma_{F^0 \lim b}^2})_m \sigma_{\sigma_{F^0 \lim b}}^2)).$$

Или в связи с тем, что двойные производные случайных параметров равны нулю, можно записать:

$$m_{\sigma_{F \lim}} = A_3 (m_{Y_R} m_{Y_N} m_{Y_g} m_{Y_d} m_{\sigma_{F^0 \lim b}}). \quad (26)$$

где  $m_{\sigma_{F \lim}}$  – математическое ожидание предела выносливости зубьев при изгибе;  $m_{Y_R}, m_{Y_N}, m_{Y_g}, m_{Y_d}, m_{\sigma_{F^0 \lim b}}$  – математические ожидания случайных факторов;  $A_3$  – вспомогательный коэффициент,  $A_3 = Y_T Y_Z Y_A Y_\delta Y_x$ .

Учитывая, что частные производные второго порядка равны нулю, то для среднеквадратического отклонения величины  $\bar{\sigma}_{F \lim}$  можно записать:

$$\sigma_{\sigma_{F \lim}}^2 = (\frac{\partial \sigma_{F \lim}}{\partial Y_R})_m^2 \sigma_{Y_R}^2 + (\frac{\partial \sigma_{F \lim}}{\partial Y_N})_m^2 \sigma_{Y_N}^2 + (\frac{\partial \sigma_{F \lim}}{\partial Y_g})_m^2 \sigma_{Y_g}^2 + (\frac{\partial \sigma_{F \lim}}{\partial Y_d})_m^2 \sigma_{Y_d}^2 + (\frac{\partial \sigma_{F \lim}}{\partial \sigma_{F^0 \lim b}})_m^2 \sigma_{\sigma_{F^0 \lim b}}^2 + (\frac{\partial^2 \sigma_{F \lim}}{\partial Y_g \partial Y_d})_m^2 \sigma_{Y_g}^2 \sigma_{Y_d}^2.$$

Или после подстановок и некоторых преобразований, получим:

$$\sigma_{\sigma_{F \lim}}^2 = A_3^2 (m_{Y_R} m_{Y_N} m_{Y_g} m_{Y_d} m_{\sigma_{F^0 \lim b}})^2 \times (\nu_{Y_R}^2 + \nu_{Y_N}^2 + \nu_{Y_g}^2 + \nu_{Y_d}^2 + \nu_{\sigma_{F^0 \lim b}}^2 + \nu_{Y_g}^2 \nu_{Y_d}^2). \quad (27)$$

Коэффициент вариации предела выносливости зубьев при изгибе:

$$\nu_{\sigma_{F \lim}} = \frac{\sigma_{\sigma_{F \lim}}}{m_{\sigma_{F \lim}}} = \sqrt{\nu_{Y_R}^2 + \nu_{Y_N}^2 + \nu_{Y_g}^2 + \nu_{Y_d}^2 + \nu_{\sigma_{F^0 \lim b}}^2 + \nu_{Y_g}^2 \nu_{Y_d}^2}, \quad (28)$$

где  $\nu_{Y_R}, \nu_{Y_N}, \nu_{Y_g}, \nu_{Y_d}, \nu_{\sigma_{F^0 \lim b}}$  – коэффициенты вариации возмущающих (случайных) факторов.

Определим числовые характеристики несущей способности тяжелонагруженного выходного зацепления по критерию выносливости зубьев при изгибе  $T_F$ . Математическое ожидание  $m_{T_F}$ :

$$m_{T_F} = A_4 (\frac{m_{\sigma_{F \lim}} m_{K_{FM}}}{m_{K_A} m_{K_{F\alpha}} m_{K_{F\beta}} m_{K_{Fv}}}) + \frac{1}{2} ((\frac{\partial^2 T_F}{\partial \sigma_{F \lim}^2})_m \sigma_{\sigma_{F \lim}}^2 + (\frac{\partial^2 T_F}{\partial K_A^2})_m \sigma_{K_A}^2 + (\frac{\partial^2 T_F}{\partial K_{F\alpha}^2})_m \sigma_{K_{F\alpha}}^2 + (\frac{\partial^2 T_F}{\partial K_{F\beta}^2})_m \sigma_{K_{F\beta}}^2 + (\frac{\partial^2 T_F}{\partial K_{Fv}^2})_m \sigma_{K_{Fv}}^2 + (\frac{\partial^2 T_F}{\partial K_{FM}^2})_m \sigma_{K_{FM}}^2). \quad (29)$$

Здесь  $A_4 = \frac{i_T \psi_{ba} (Y_{NT} / S_{F \min}) m}{(i_T + 1)(Y_{FS} Y_\varepsilon Y_\beta)} a_w^2$  – вспомогательный коэффициент. После некоторых преобразований:

$$m_{T_F} = A_4 \left( \frac{m_{\sigma_{F \lim}} m_{K_{FM}}}{m_{K_A} m_{K_{F\alpha}} m_{K_{F\beta}} m_{K_{Fv}}} \right) (1 + v_{K_A}^2 + v_{K_{F\alpha}}^2 + v_{K_{F\beta}}^2 + v_{K_{Fv}}^2).$$

Или в более простой форме без поправки на нелинейность:

$$m_{T_F} = A_4 \frac{m_{\sigma_{F \lim}} m_{K_{FM}}}{m_{K_A} m_{K_{F\alpha}} m_{K_{F\beta}} m_{K_{Fv}}}. \quad (30)$$

Среднеквадратическое отклонение величины  $T_F$ :

$$\begin{aligned} \sigma_{T_F}^2 = & \left( \frac{\partial T_F}{\partial \sigma_{F \lim}} \right)_m^2 \sigma_{\sigma_{F \lim}}^2 + \left( \frac{\partial T_F}{\partial K_A} \right)_m^2 \sigma_{K_A}^2 + \left( \frac{\partial T_F}{\partial K_{F\alpha}} \right)_m^2 \sigma_{K_{F\alpha}}^2 + \left( \frac{\partial T_F}{\partial K_{F\beta}} \right)_m^2 \sigma_{K_{F\beta}}^2 + \\ & + \left( \frac{\partial T_F}{\partial K_{Fv}} \right)_m^2 \sigma_{K_{Fv}}^2 + \left( \frac{\partial T_F}{\partial K_{FM}} \right)_m^2 \sigma_{K_{FM}}^2 + \frac{1}{2} \left( \left( \frac{\partial^2 T_F}{\partial \sigma_{F \lim}^2} \right)_m \sigma_{\sigma_{F \lim}}^4 + \left( \frac{\partial^2 T_F}{\partial K_A^2} \right)_m \sigma_{K_A}^4 + \right. \\ & + \left( \frac{\partial^2 T_F}{\partial K_{F\alpha}^2} \right)_m \sigma_{K_{F\alpha}}^4 + \left( \frac{\partial^2 T_F}{\partial K_{F\beta}^2} \right)_m \sigma_{K_{F\beta}}^4 + \left( \frac{\partial^2 T_F}{\partial K_{Fv}^2} \right)_m \sigma_{K_{Fv}}^4 + \left( \left( \frac{\partial^2 T_F}{\partial K_{F\alpha} \partial K_{F\beta}} \right)_m \sigma_{K_{F\alpha}}^2 \sigma_{K_{F\beta}}^2 + \right. \\ & \left. + \left( \frac{\partial^2 T_F}{\partial K_{F\beta} \partial K_{Fv}} \right)_m \sigma_{K_{F\beta}}^2 \sigma_{K_{Fv}}^2 + \left( \frac{\partial^2 T_F}{\partial K_{Fv} \partial K_{F\alpha}} \right)_m \sigma_{K_{Fv}}^2 \sigma_{K_{F\alpha}}^2 \right). \end{aligned}$$

После подстановок и некоторых преобразований получим:

$$\begin{aligned} \sigma_{T_F} = & A_4 \frac{m_{\sigma_{F \lim}} m_{K_{FM}}}{m_{K_A} m_{K_{F\alpha}} m_{K_{F\beta}} m_{K_{Fv}}} [(v_{\sigma_{F \lim}}^2 + v_{K_A}^2 + v_{K_{F\alpha}}^2 + v_{K_{F\beta}}^2 + v_{K_{Fv}}^2 + v_{K_{FM}}^2) + \\ & + 2(v_{K_A}^4 + v_{K_{F\alpha}}^4 + v_{K_{F\beta}}^4 + v_{K_{Fv}}^4) + (v_{K_{F\alpha}}^2 v_{K_{F\beta}}^2 + v_{K_{F\beta}}^2 v_{K_{Fv}}^2 + v_{K_{Fv}}^2 v_{K_{F\alpha}}^2)]^{0,5}. \end{aligned}$$

Для определения коэффициента вариации нагрузочной способности выходного зацепления по критерию выносливости зубьев при изгибе:

$$\begin{aligned} v_{T_F} = \frac{\sigma_{T_F}}{m_{T_F}} = & \left( (v_{\sigma_{F \lim}}^2 + v_{K_A}^2 + v_{K_{F\alpha}}^2 + v_{K_{F\beta}}^2 + v_{K_{Fv}}^2 + v_{K_{FM}}^2 + 2(v_{K_A}^4 + \right. \\ & \left. + v_{K_{F\alpha}}^4 + v_{K_{F\beta}}^4 + v_{K_{Fv}}^4) + (v_{K_{F\alpha}}^2 v_{K_{F\beta}}^2 + v_{K_{F\beta}}^2 v_{K_{Fv}}^2 + v_{K_{Fv}}^2 v_{K_{F\alpha}}^2))^{0,5}. \right. \end{aligned} \quad (31)$$

Два последних члена в выражении (31) представляют собой поправку на нелинейность, являются членами высшего порядка малости и потому с достаточной для практических целей точностью можно записать:

$$v_{T_F} = \sqrt{v_{\sigma_{F \lim}}^2 + v_{K_A}^2 + v_{K_{F\alpha}}^2 + v_{K_{F\beta}}^2 + v_{K_{Fv}}^2 + v_{K_{FM}}^2}. \quad (32)$$

Таким образом, несущая способность основных статистических блоков пакетного редуктора имеет некоторое рассеяние, не учитываемое в традиционных методах их расчета.

Таким образом, математическое ожидание межосевого расстояния зубчатого зацепления по критерию контактной выносливости активных поверхностей зубьев с учетом флуктуации возмущающих факторов при требуемом уровне его надежности  $Q_i(t)$  определяется по формуле:

$$m_{a_w} = 10(i_T + 1) \sqrt[3]{\frac{(Z_E Z_\varepsilon Z_H S_{H \min})^2}{i_T^2 \psi_{ba} Z_{NT}^2} \frac{m_{K_A} m_{K_{H\alpha}} m_{K_{H\beta}} m_{K_{Hv}}}{(m_{\sigma_{H \lim}})^2 m_{K_{HM}}} T_{pH}}. \quad (33)$$

Коэффициент вариации межосевого расстояния по пределу контактной выносливости поверхностей зубьев будет равен:

$$v_{a_w} = \frac{\sigma_{a_w}}{m_{a_w}} = \frac{1}{3} v_{T_H}. \quad (34)$$

Аналогичным образом из расчета на изгиб зубьев определяются математическое ожидание и коэффициент вариации модуля зацепления при уровне надежности  $Q_i(t)$ :

$$m_{m_n} = \frac{(i_T + 1) Y_{FS} Y_\varepsilon Y_\beta}{i_T \psi_{ba}} \frac{m_{K_A} m_{K_{F\alpha}} m_{K_{F\beta}} m_{K_{Fv}}}{m_{\sigma_{F \lim}} m_{K_{FM}}} \frac{1}{(m_{a_w})^2} 10^3 T_{pF}. \quad (35)$$

Коэффициент вариации нормального модуля по пределу выносливости зубьев при изгибе будет равен:

$$v_{m_n} = \frac{\sigma_{m_n}}{m_{m_n}} = v_{T_F}. \quad (36)$$

Таким образом, из выражений (33)-(36) следует, что и межосевое расстояние, и модуль зацепления имеют некоторый разброс значений, и, тем самым, основные конструктивные размеры пакетного редуктора также будут иметь некоторый разброс, из которых можно будет выбрать наиболее оптимальный в зависимости от потребностей производства и условий работы.



### Выводы:

1. В связи со статистической природой возмущающих факторов, оказывающих существенное влияние на несущую способность элементов пакетного редуктора, значение основных его конструктивных параметров не являются однозначно определенными.

2. Представлена методика системного вероятностного расчета трехступенчатых пакетных редукторов и формулы для их расчета на прочность по основным критериям их работоспособности с учетом флуктуации возмущающих факторов, влияющих на их несущую способность.

**Список литературы:** 1. Абдуллаев А.И., Давидов Г.Ш., Наджафов А.М., Гамидов Н.Р. Создание и оценка технического уровня пакетного редуктора // Сбор. докл. Международного конгресса "Механика и трибология транспортных систем 2003". – Ростов-на-Дону/Россия, 2003. – С.14-17. 2. Венцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория вероятностей и ее инженерные приложения. – М.: Наука, 1988. – 480с. 3. Маркин Ю.С. Надежность зубчатых передач / Ю.С. Маркин, П.П. Лезин, Н.И. Пителина; Под ред. Лезина П.П. – Казань: Казан. гос. энерг. ун-т, 2002. – 305с. 4. Решетов Д.Н., Иванов А.С., Фадеев В.З. Надежность машин. – М.: Высшая школа, 1988. – 237с. 5. Снесарев Г.А. Расчет редукторов на надёжность // Вестник машиностроения – 1982. – №4. – С.34-43; №5. – С.49-53; №6. – С.49-52; №7. – С.45-48; №8. – С.45-47.

Поступила в редколлегию 07.05.11

УДК 539.3

**Н.Б. НЕГРОБОВА**, викладач-стажист каф. ТММ і САПР НТУ "ХПІ", м Харків  
**М.А. ТКАЧУК**, д.т.н., проф., зав. кафедри ТММ і САПР НТУ "ХПІ"  
**М.М. ТКАЧУК**, молодший науковий співробітник каф. КГМ  
ім. О.О. Морозова НТУ "ХПІ"

### КОНТАКТНА ВЗАЄМОДІЯ ДЕТАЛЕЙ МАШИН З ВИТЯГНУТИМИ КОНТАКТНИМИ ОБЛАСТЯМИ

Для випадку контакту тіл з близькими радіусами кривизни вздовж одного з головних напрямів запропоновано загальну постановку контактної задачі. Здійснено параметризацию задачі відносно геометричних розмірів контактуючих тіл та радіусів їх кривизни. Проілюстрована поведінка розмірів контактних зон і розподілу контактного тиску при контактній взаємодії тіл з близькими радіусами.

Для случая контакта тел с близкими радиусами кривизны вдоль одного из главных направлений предложено общую постановку контактной задачи. Осуществлено параметризацию задачи относительно геометрических размеров контактирующих тел и радиусов их кривизны. Проиллюстрировано поведение размеров контактных зон и распределение контактного давления при контактном взаимодействии тел с близкими радиусами.

General formulation of contact problem was proposed for the bodies with the close radius of curvature along one of the main directions. Geometric dimensions of the contacting bodies and the curvature radius were parameterized. Behavior of contact zones and the distribution of contact pressure during the contact interaction of the bodies with close radius was illustrated.

**Вступ.** Аналіз контактної взаємодії є дуже розвинуеною областю механіки деформованого твердого тіла [1, 2]. Для визначення контактних зон та розподілу контактного тиску застосовуються різні методи: модель Герца [3], метод граничних елементів (МГЕ) [4], метод скінченних елементів (МСЕ) [5]. Вони мають свої переваги та недоліки [1], які проявляються у тому числі за різних геометричних форм поверхонь, уздовж яких здійснюється контакт деталей машин.

**Постановка задачі.** Ставиться задача аналізу контактної взаємодії деталей машин з різними кривизнами поверхонь, які перебувають у контакті.

Контактна взаємодія елементів машинобудівних конструкцій здійснюється через поверхні різної геометричної форми. При цьому гладкі поверхні забезпечують або початковий (у ненавантаженому стані) контакт через площадки ненульової площі (тобто через частини поверхонь узгодженої, конгруентної форми), або точковий. За деяких додаткових припущень останній варіант локально досить точно описується моделлю Герца. Крім того, можливий також варіант лінійчастого початкового контакту тіл. Його можна розглядати, наприклад, як перехідний випадок при дослідженні контакту параболоїду  $\Pi_2$  з напівпростором  $\Pi_1$  (див. рисунок 1). Якщо збільшувати головні радіуси кривизни  $R_1, R_2$  у точці первинного контакту параболоїду з напівпростором, одночасно спрямовуючи їх до нескінченності, то у граничному випадку матимемо контакт поверхонь узгодженої форми (два напівпростори). Якщо ж при цьому зафіксувати, наприклад,  $R_1$ , збільшуючи  $R_2$ , то у граничному випадку отримаємо контакт циліндричного тіла з напівпростором, який реалізується у ненавантаженому випадку через лінію.

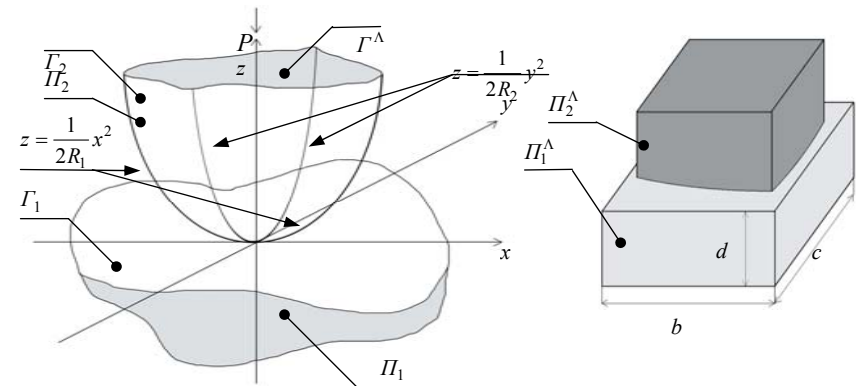


Рисунок 1 – Контактна взаємодія напівпростору  $\Pi_1$  (гранична площина  $\Gamma_1 - z = 0$ ) з тілом  $\Pi_2$ , обмежений параболоїдом  $\Pi_2$ , а також контакт їх обмежених областей  $\Pi_1^\Lambda$  і  $\Pi_2^\Lambda$